UFSC - ANÁLISE LINEAR (PAM) - 2014.2
1A. LISTA DE EXERCÍCIOS

RAPHAEL DA HORA

(1) Resolva
$$(t+3)y' + y = e^t, \quad y(-5) = 10.$$
(2) Resolva
$$y' = 2e^{-y}t, \quad y(1) = 0.$$
(3) Resolva
$$(y+1)\frac{dy}{dx} = \cos x, \quad y(0) = 2.$$
(4) Resolva
$$x^2\frac{dy}{dx} = x^2 + 3xy + y^2.$$
(5) Seja $a \geq 0$, e considere a equação diferencial $y' = 1 + \sqrt{y-x}$ com $y(0) = a$. Encontre o valor de $a \geq 0$ tal que a equação diferencial possua duas soluções distintas. Em seguida, determine essas soluções. (Dica: use a substituição $v = \sqrt{y-x}$.)

(6) Determine todas as curvas que estão no primeiro quadrante tais que no ponto tangente cada uma das suas retas tangente é dividida ao meio com relação aos dois eixos coordenados.

(7) Suponha que $y(t)$ é uma solução da equação diferencial
$$y' = y - y^2 + e^{2t}, \quad y(0) = 0.$$
Mostre que $-e^t < y(t) < e^t$ para todo t em que $y(t)$ esteja definida.

(8) Encontre duas soluções distintas do problema
$$y' = 3t^2(y-3)^{1/3}, \quad y(5) = 3.$$
(9) Considere a equação diferencial
$$y + (3x+4y)\frac{dy}{dx} = 0.$$
Encontre $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que depois de multiplicar a equação dada por y^α ela se torna exata. Em seguida encontre a solução geral dessa equação.

(10) Resolva
$$(\cos x + \cos x \cos^2 y)dx - 2\text{sen } x \text{sen } y \cos y dy = 0.$$
(11) Considere a equação diferencial
$$ty'' - (t+1)y' + y = 0, \quad t > 0.$$

Sabendo que $y_1(t) = 1 + t$ é uma solução, encontre uma outra solução linearmente independente, $y_2(t)$. Em seguida, encontre a solução geral da equação

$$ty'' - (t+1)y' + y = t^2 e^{3t}, \quad t > 0.$$

(12) Suponha que a equação diferencial linear com coeficientes constantes

$$y'' + py' + qy = 0$$

tem uma solução $y(t)$ que satisfaz $y(t+1) = y(t)$ para todo t. Use essa informação para encontrar p e q.

(13) Encontre a solução geral da equação diferencial

$$y'' - 3y' + 2y = 2t + \cos t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

(14) Suponha que y_1 e y_2 são soluções da equação diferencial

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0,$$

onde p e q são funções diferenciáveis definidas em todo $\mathbb{R}$. Suponha que $y_1(1) = y_2(1) = 0$. Mostre que y_1 e y_2 são linearmente dependentes.

(15) Resolva

$$y'' + 2y' + 2y = h(t), \quad h(t) = \begin{cases} 1, & \pi \leq t < 2\pi \\ 0, & 0 \leq t < \pi \text{ ou } 2\pi \leq t \end{cases}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

(16) Resolva

$$y'' + y = u_{\pi/2}(t) + 3\delta(t - 3\pi/2) - u_{2\pi}(t),$$
$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$